

## Übungen zur Mathe III für Physiker

Prof. Dr. P. Pickl

### Blatt 11

#### Aufgabe 1:

- (a) Sei  $f$  meromorph auf  $\mathbb{C}$  mit endlich vielen Polen  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Weiter sei  $g(z) := \frac{1}{z^2} f\left(\frac{1}{z}\right)$ , für alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die dieser Ausdruck wohl definiert ist. Zeigen Sie

$$\sum_{l=1}^n \operatorname{res}(f, z_l) = \operatorname{res}(g, 0).$$

- (b) Bestimmen Sie

$$\oint_{\partial K_2(0)} \frac{z^{16}}{z^{17} - z^4 + 1} dz.$$

**Aufgabe 2:** Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Gaußfunktion, also

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{ikx} dx.$$

Achten Sie auf korrekte Argumentation.

**Aufgabe 3:** Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes das Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

Achten Sie auf saubere Argumentation.

**Aufgabe 4:** Bestimmen Sie die Residuen folgender Funktionen.

(i)  $f(z) = \frac{\cos z}{z^3}$ ,      (ii)  $f(z) = \frac{\exp(z)-1}{z^2}$ .

Hinweis: Entwickeln Sie die Funktionen in Laurentreihen!